

التمرين الأول (نقطتان ونصف)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر نعتبر المستوى (P) والفلكة (S)

$$(P): x - 2y + 2z - 2 = 0$$

$$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2z + 1 = 0$$

المعرفين على التوالي بالمعادلتين الديكارتيين:

(1) حدد مركز وشعاع الفلكة (S) .

(2) بين أن المستوى (P) مماس للفلكة (S) .

(3) حدد نقطة تماس المستوى (P) والفلكة (S) .

0.5

0.5

1.5

التمرين الثاني (نقطتان ونصف)

$$(1) \text{ احسب التكامل } I = \int_{\frac{1}{e}}^e \frac{1}{x} |\ln(x)| dx$$

(2) أ- أوجد العددين a و b بحيث يكون $\frac{2t}{1+t} = a + \frac{b}{1+t}$ لكل عدد حقيقي t يخالف -1.

$$\text{ب- احسب التكامل } J = \int_2^7 \frac{1}{1+\sqrt{2+x}} dx \text{ (يمكن وضع } t = \sqrt{2+x} \text{)}$$

1

0.5

1

التمرين الثالث (نقطتان ونصف)

يحتوي كيس على 6 كرات لا يمكن التمييز بينها باللمس، وتحمل الأعداد :
-2 و -1 و 0 و 1 و 1 و 2.

نعتبر الاختبار التالي: نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من الكيس.

(1) نعتبر، بعد القيام بهذا الاختبار، الحدثين التاليين:

A: " من بين الكرات المسحوبة، توجد كرة على الأقل تحمل العدد 1 ".
S: " مجموع الأعداد المكتوبة على الكرات المسحوبة منعدم".

(a) احسب احتمال الحدث A.

(b) بين أن احتمال الحدث S يساوي $\frac{1}{5}$.

(2) نكرر الاختبار السابق أربع مرات (نعيد في كل مرة الكرات المسحوبة إلى الكيس).

ما هو احتمال الحصول على الحدث S ثلاث مرات بالضبط؟

0.5

1

1

التمرين الرابع (3 نقط ونصف)

1) أ- اكتب على الشكل الجبري العدد العقدي $(4+i)^2$.

0.5

ب- حل في مجموعة الأعداد العقدية، المعادلة $z^2 + (2-3i)z - 5(1+i) = 0$.

1

2) نعتبر في المستوى العقدي النقط A و B و C التي أحاقها على التوالي

هي $a = 1+2i$ و $b = -3+i$ و $c = 6i$.

أ- اكتب على الشكل المثلثي العدد العقدي $\frac{c-a}{b-a}$

1

ب- استنتج أن المثلث ABC متساوي الساقين وقائم الزاوية.

1

مسألة (9 نقط)**الجزء الأول**

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0, +\infty[$ بما يلي: $f(x) = x - 2\sqrt{x} + 2$

1) بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

0.5

2) ادرس قابلية اشتقاق الدالة f على اليمين في النقطة 0.

0.5

3) بين أن الدالة f تناقصية على المجال $[0, 1]$ وتزايدية على المجال $[1, +\infty[$.

1

الجزء الثاني

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي: $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = f(u_n)$ لكل n من \mathbb{N} .

1) بين بالتراجع أن $1 \leq u_n \leq 2$ لكل n من \mathbb{N} .

1

2) بين أن المتتالية (u_n) تناقصية.

0.5

3) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم احسب نهايتها.

1

الجزء الثالث

نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $[0, +\infty[$ بما يلي:

$g(x) = \ln(x - 2\sqrt{x} + 2)$ (هي دالة اللوغاريتم النبيري).

وليكن (c) هو المنحنى الممثل للدالة g في معلم متعامد ممنظم.

1) أ- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$. ب- ادرس الفرع اللانهائي للمنحنى (c).

0.5

0.5

2) ادرس تغيرات الدالة g (نقبل أن $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x) - g(0)}{x} = -\infty$)

1

3) أنشئ المنحنى (c).

1

4) لتكن h تقابل من المجال $[1, +\infty[$

أ- بين أن h تقابل من المجال $[1, +\infty[$ نحو مجال $]]$ يجب تحديده.

0.5

ب- حدد $h^{-1}(x)$ لكل x من المجال $]]$.

1